CAPITOL

11

11. CÂMPUL ELECTRIC

CUPRINS

OBIECTIVE

Obiectivele acestui curs sunt:

- **Să definească câmpul electric.**
- **Să caracterizeze câmpul electric prin mărimile fizice specifice.**
- **Să deducă legea lui Gauss.**
- **Să definească lucrul mecanic efectuat de forța câmpului electric.**
- **Să definească potențialul câmpului electrostatic.**
- **Să-şi însuşească câmpul electric al dipolului electric.**
- **Să aplice semnificația operatorului NABLA.**
- **Să deducă relația dintre câmp şi potențial.**
- **Să definească capacitatea electrică.**
- **Să definească polarizarea electrică.**
- **Să definească inducția electrică.**

Organizarea sarcinilor de lucru

- ✓ **Parcurgeți cele trei topice ale cursului.**
- ✓ **La fiecare topic urmăriți exemplele ilustrative.**
- ✓ **Fixați principalele idei ale cursului, prezentate în rezumat.**
- ✓ **Completați testul de autoevaluare.**
- ✓ **Timpul de lucru pentru parcurgerea testului de evaluare este de 15 minute.**

TOPICUL 1

Câmpul electric

Legea lui Coulomb admite existența interacțiunilor între corpurile încărcate cu sarcini electrice dar nu spune nimic despre aceste interacțiuni care se manifestă la distanță. Înainte (până în secolul XX) se consideră că interacțiunile electrostatice – la fel ca şi cele gravitaționale – se propagă instantaneu. Viteza luminii în vid fiind cea mai mare viteză posibilă interacțiunile nu se pot propaga cu viteze mai mari [1,4].

Astfel mecanismul interacțiunilor electromagnetice este unul ce presupune transmiterea interacțiunii din aproape în aproape în două etape.

1 - Sarcina $\mathbf{q_1}$ produce în jurul ei un câmp electric, care se propagă în tot spațiul înconjurător cu viteza luminii (unda electromagnetică).

2 - Câmpul electric din locul sarcinii $\mathbf{q_2}$ acționează asupra acesteia.

> ***Definiție**: Câmpul electric este o formă specială de existență în spațiu şi timp a materiei care se manifestă printr-o forță de natură electrică care acționează asupra oricărei sarcini electrice care se găseşte în spațiul său.*

$$\vec{F}_{12} = q_2 \vec{E}_1 \tag{11.1}$$

unde $\vec{E}_1$ este intensitatea câmpului electric. Folosind ecuația (11.1) şi înlocuind-o în ecuația (10.8) avem:

$$\begin{aligned} &\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{r}_{12} = q_2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2}\vec{r}_{12} = q_2\vec{E}_1 \quad \Rightarrow \\ &E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2}\vec{r}_{12} \end{aligned} \tag{11.2}$$

Intensitatea câmpului electric

Intensitatea câmpului electric, $\vec{E}_1$ produs de sarcina **q_1** într-un punct al spațiului aflat la distanța, **r**, de sarcină, depinde numai de valoarea sarcinii care produce câmpul magnetic şi de distanța, **r**, la care se măsoară.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e} \qquad (11.3)$$

cu $\vec{e}$ versorul direcției.

Intensitatea câmpului electric într-un punct din spațiu este egală cu forța care acționează asupra unității de sarcină pozitivă aflată în punctul respectiv:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \qquad (11.4)$$

Rezultă în mod direct veridicitatea principiului suprapunerii câmpurilor electrice. Teoria clasică a electromagnetismului se ocupă de studiul sarcinilor electrice, curenților electrici şi a interacțiunilor dintre ei.

CONCLUZIE

Câmpul electric este o formă specială de existență în spațiu şi timp a materiei care se manifestă printr-o forță de natură electrică care acționează asupra oricărei sarcini electrice care se găseşte în spațiul său.

EXEMPLU ILUSTRATIV 1:

A. Liniile câmpului electric

Câmpul electric are un caracter vectorial. Fiecărui punct din spațiu i se poate ataşa un vector $\vec{E}$.

Definiție: *Liniile de câmp, care au tangente în fiecare punct un vector de câmp electric, $\vec{E}$ se numesc linii de câmp electric*

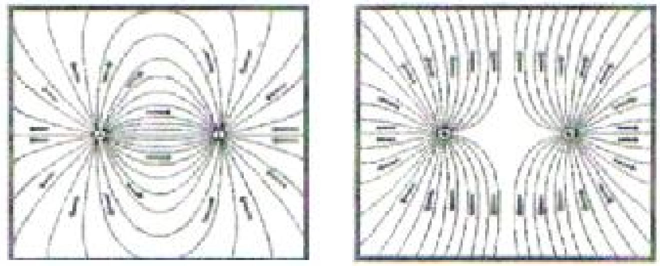


Fig. 11.1. Liniile câmpului electric produs de două sarcini
diferite (sus) şi de acelaşi fel (jos).

Prin orice punct din spaţiu trece o linie de câmp şi numai una. Orientarea câmpului reprezentat prin linii de câmp este indicată de săgeata de pe linia de câmp. Liniile de câmp electric încep întotdeauna de pe sarcinile pozitive şi se termină pe sarcinile negative. În lipsa acestora ele se continuă până la infinit. Liniile electrice de forță indică direcția în care o sarcină pozitivă s-ar mişca dacă ar fi plasată în acel câmp electric [20]. Pentru ca liniile de câmp să ne dea in formații despre intensitate câmpul electric s-a convenit ca acolo unde câmpul este mai intens numărul liniilor de câmp care străbat unitatea de suprafață să fie mai mare.

B. Fluxul câmpului electric

***Definiție**: Se numeşte flux al câmpului electric printr-o suprafață oarecare $\vec{S}$ şi se notează prin Φ_e, numărul liniilor de câmp electric care străbat unitatea de suprafață $\vec{S}$ normala la linii.*

Aceste suprafețe pot fi materiale sau imaginare.

$$\Phi_c = \vec{E}\cdot\vec{S} = E\cdot S\cdot\cos\theta \qquad (11.5)$$

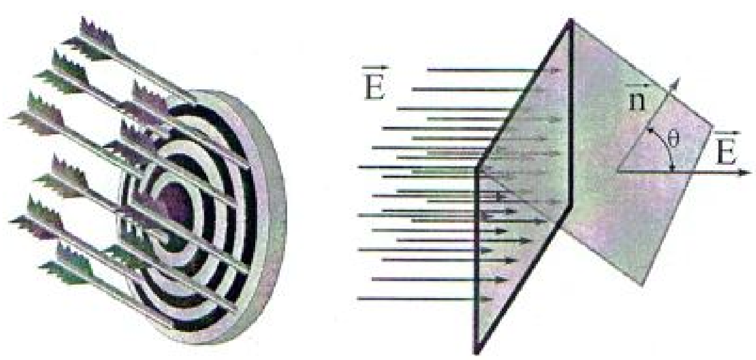


Fig. 11.2. Fluxul câmpului electric este creşte cu creşterea numărul liniilor
câmpului electric care trec prin suprafaţa dată
şi depinde şi de orientarea acesteia.

unde θ este unghiul dintre vectorii $\vec{E}$ *şi* $\vec{n}$ care este vectorul unitar normal la suprafaţa $\vec{S}$

Astfel:

$$\vec{S} = S \cdot \vec{n} \tag{11.6}$$

şi, unitatea de măsură pentru fluxul electric va fi:

$$[\Phi_c] = V \cdot m \tag{11.7}$$

Observație: Direcția normală la o suprafață are două sensuri. Pentru a se elimina ambiguitățile, prima dată se stabileşte un sens de parcurgere a conturului suprafeței şi apoi se stabileşte sensul normalei utilizând regula burghiului. Dacă suprafața este închisă (nu există contururi ale acesteia) atunci sensul este astfel ales încât săgeata normalei să fie orientată din interior în exterior.

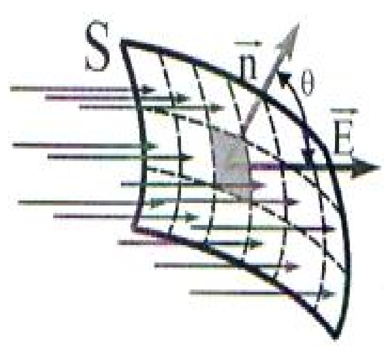


Fig. 11.3. Împărțirea suprafețelor curbe în suprafețe plane infinit mici

Dacă suprafețele nu sunt plane atunci suprafața se împarte în zone infinit mici astfel încât fiecare din aceste zone pot fi aproximate cu plane.

Pentru fiecare din aceste zone se poate defini un element de suprafață orientat,

$$d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$$

$$\begin{gathered} d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = \vec{E} \cdot dS \cdot \vec{n} = \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS \\ d\Phi = E \cdot dS \cdot \cos\theta \end{gathered} \tag{11.8}$$

astfel întregul flux pe toată suprafața este:

$$\int_S d\Phi = \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot tdS \quad \Rightarrow \quad \Phi = \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS \tag{11.9}$$

Dacă suprafața este închisă atunci ecuația (11.4) se scrie astfel:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS \tag{11.10}$$

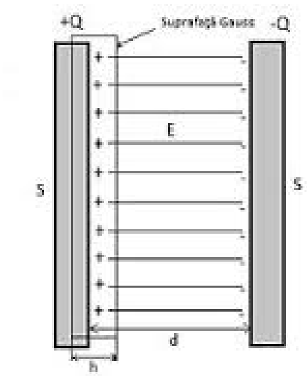


Fig.11.4a

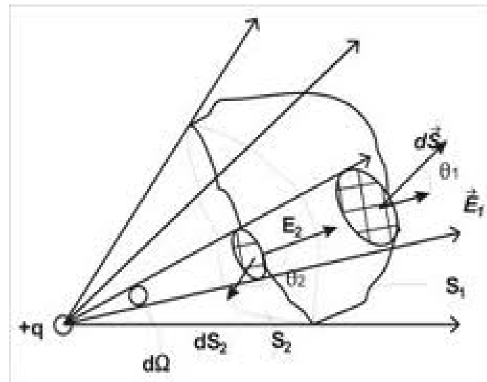


Fig.11.4b

Fluxul câmpului electric

C. Legea lui Gauss

Este o altă formă a Legii lui Coulomb.

Dacă se calculează fluxul unei sarcini punctiforme printr-o suprafaţă închisă sferică de raza, *r,* şi centrată în, *q*:

$$E = \frac{l}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad (11.11)$$

se obţine aceeaşi valoare în toate punctele de pe sferă. Fluxul electric în acest caz este:

$$\Phi_c = \vec{E}\cdot\vec{S} = E\cdot S = \frac{l}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad (11.12)$$

Toate liniile care trec prin suprafaţa sferică trec şi prin suprafaţa nesferică şi merg până la infinit. Prin definiţie, fluxului electric printr-o suprafaţă este numărul liniilor de câmp electric care străbat suprafaţa respectivă. O suprafaţă închisă în jurul sarcinii q este străbătută de toate liniile de câmp „emise” (+q) sau „captează” (-q) de sarcina respectivă indiferent de forma suprafeţei. Sarcina q emite q/ε_0 linii de câmp.

$$\Phi_c = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{l}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i \qquad (11.13)$$

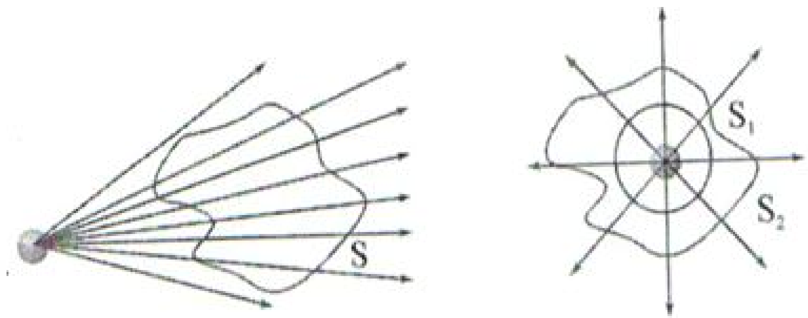


Fig. 11.5 Ilustrarea legii lui Gauss pentru sarcini externe şi interne la S.

***Definiție**: Fluxul electric printr-o suprafață închisă este egal cu sarcina netă (suma algebrică a tuturor sarcinilor) din interiorul suprafeței împărțită la permitivitatea electrică a mediului, ε_0.*

Fluxul total al sarcinilor electrice aflate în exteriorul suprafețelor închise prin suprafața respectivă este întotdeauna egal cu zero.

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{S} = \frac{Q_i}{\varepsilon_0} \tag{11.14}$$

este forma integrală a Legii lui Coulomb.

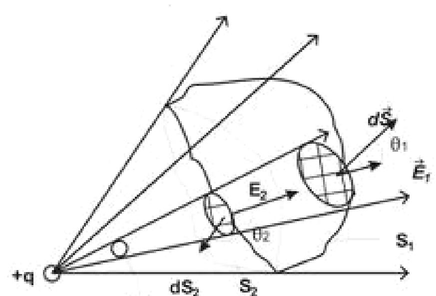


Fig.11.6. Ilistrarea legea lui Coulomb. Forma integrală

TOPICUL 2

Lucrul efectuat de forța câmpului electric. Potențialul câmpului electrostatic

Lucrul efectuat de forța câmpului electric

Orice sarcină, ***q***, aflată într-un câmp electric este acționat de o forță electrică, lucrul elementar efectuat de forța câmpului:

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{s} = q\vec{E} \cdot d\vec{s} \tag{11.15}$$

Când sarcina electrică, ***q***, se deplasează dintr-un punct în altul al câmpului electrostatic sub influența forței câmpului electric, energia ei potențială scade (şi creşte energia cinetică) pe seama lucrului efectuat de forța câmpului electrostatic asupra ei.

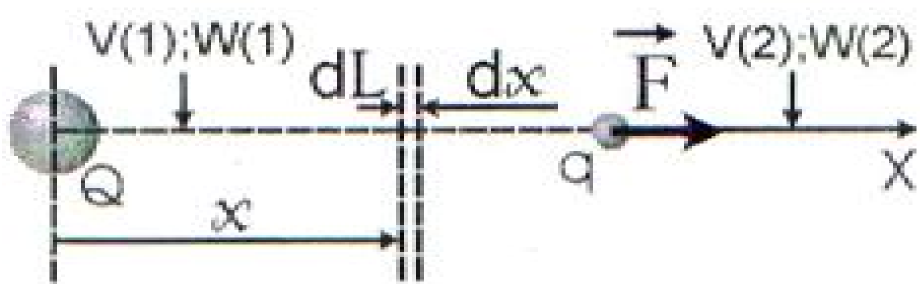


Fig. 11.7. Pentru calculul lucrului mecanic se consideră un interval infinitezimal mic pentru care forța se poate considera constantă

Lucrul finit efectuat de forța câmpului pentru a deplasa sarcina din punctul 1 în punctul 2 este:

$$\int_1^2 dL = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} = q \cdot \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{s}$$
$$L_{12} = q \cdot \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{s} \qquad (11.16)$$

Dacă se notează cu W(1) şi W(2) energiile potențiale ale sarcinii electrice q în punctele 1 şi 2, atunci scăderea energiei potențiale a sarcinii electrice între cele două puncte este W(1) – W(2) = L_{12}. Variația energiei potențiale este:

$$W(2) - W(1) = -L_{12} = -q \cdot \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{s} \qquad (11.17)$$

Dacă sarcina q este deplasată fără accelerație din punctul 2 în punctul 1 împotriva forței electrice de către o forță exterioară aceasta efectuează un lucru mecanic care se înmagazinează prin creşterea energiei potențiale care creşte de la W(2) la W(1).

Potențialul câmpului electrostatic

Definiție: *Potențialul câmpului electric într-un punct al câmpului electric reprezintă raportul dintre energia potențială a unei sarcini în acel punct şi sarcina respectivă.*

$$V(2) - V(1) = -\frac{L_{12}}{q} = -\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{s} \qquad (11.18)$$

Potențialul electric este o mărime fizică scalară care depinde numai de punctul în care este definit.

EXEMPLU ILUSTRATIV 2

Potențialul unei sarcini punctiforme

Dacă înlocuim expresia câmpului electric produs de o sarcină elementară Q în ecuația (11.18) obținem:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{e}$$

$$V(2) - V(1) = -\int_1^2 \frac{l}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{Q}{r^2}\vec{e}\cdot d\vec{s} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_1^2 \frac{\vec{e}\cdot d\vec{s}}{r^2}$$
$$= -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r1}^{r2}\frac{ds\cdot\cos\theta}{r^2} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r1}^{r2}\frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{l}{r_2} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{l}{r_1} \qquad (11.19)$$

Deci putem defini potențialul câmpului sarcinii punctiforme este:

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{l}{r} \qquad (11.20)$$

Lucrul efectuat de forțele electrice pentru deplasarea din punctul 1 în punctul 2 se poate exprima în funcție de diferența de potențial dintre cele două puncte:

$$L_{12} = q[V(1) - V(2)] \qquad (11.21)$$

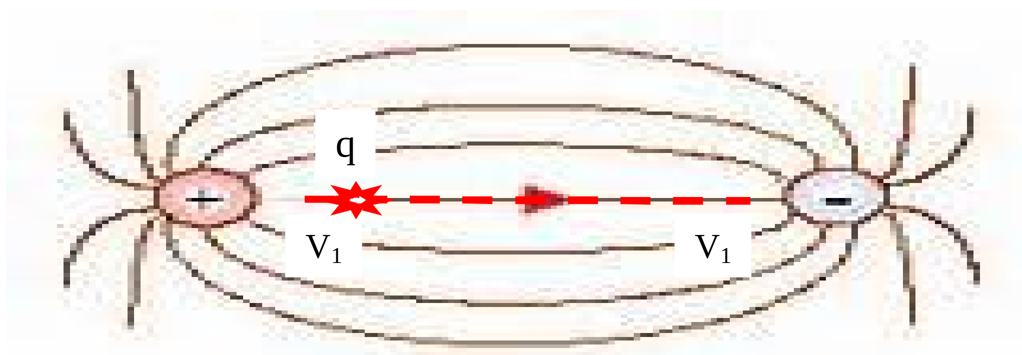


Fig.11.8. Câmpul magnetic dintre două sarcini diferite

CONCLUZIE

Câmp conservativ

> ***Definiție:*** *Câmpurile la care lucrul efectuat la deplasarea sarcinilor electrice dintr-un punct al câmpului în altul nu depinde de drumul urmat între cele două puncte se numeşte* ***câmp conservativ***.

Diferența de potențial dintre două puncte ale câmpului electric este de 1 volt dacă la deplasarea unei sarcini egală 1C între cele două puncte se efectuează un lucru mecanic de 1J.

$$1Volt = \frac{1J}{1C} \tag{11.22}$$

Potențialul absolut al unui punct din câmpul electric este egal cu lucrul mecanic necesar pentru a duce o sarcină unitară pozitivă din acel punct la infinit.

$$V(r) = -\frac{L_{\infty r}}{1C} = -\int_{\infty}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{s} \tag{11.23}$$

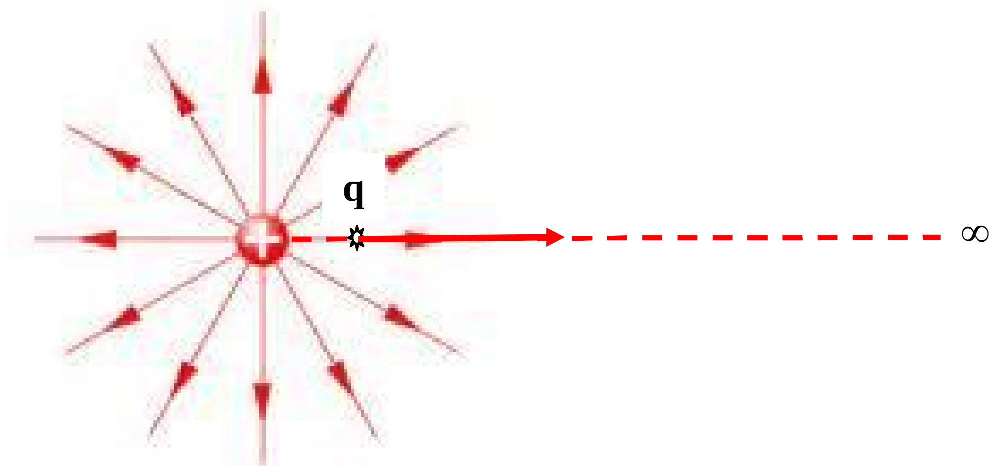


Fig.11.9. Câmpul magnetic al unei sarcini electrice pozitive

Câmpul electric al dipolului electric

Dipolul electric constă din două sarcini electrice punctiforme, egale şi de semn opus, situate la distanța **a** una de alta. Dipolul electric este caracterizat de momentul de dipol, $\vec{p}$.

$$\vec{p} = \vec{q} \cdot l \tag{11.24}$$

Într-un punct situat pe dreapta care uneşte cele două sarcini modulul câmpului electric este:

$$\vec{E} = \vec{E}_{+} + \vec{E}_{-}$$

$$\begin{aligned} E &= E_{+} - E_{-} = \frac{l}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_{+}^{2}} - \frac{l}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_{-}^{2}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{l}{\left(r+\frac{1}{2}\right)^2} - \frac{l}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2}\right] \\ &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r^2+\frac{l^2}{4}-rl-r^2-\frac{l}{4}-rl}{\left(r^2-\frac{l^2}{4}\right)^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-2rl}{\left(r^2-\frac{l^2}{4}\right)^2} \end{aligned} \tag{11.25}$$

$$E \cong \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-2ql}{r^4} = -\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{l}{r^3}$$
$$E \cong -\frac{2p}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \tag{11.26}$$

Într-un punct de pe o dreaptă perpendiculară pe centrul dipolului modulul câmpului electric este:

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$
$$E = E_+\cos\theta + E_-\cos\theta = 2E_+\cos\theta = \frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_+^2}\cos\theta$$
$$= \frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_+^2}\frac{l/2}{r_+} = \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0}\frac{l}{r_+^3} \cong \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0}\frac{l}{r_+^3} \tag{11.27}$$
$$E \cong \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

Într-un punct oarecare modulul câmpului electric este dat de:

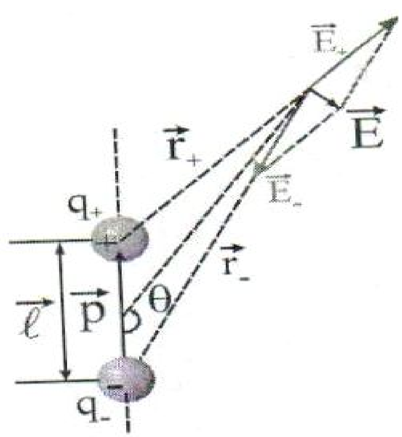


Fig. 11.10. Dipolul electric

$$E = \sqrt{E_I^2 + E_{II}^2} \tag{11.28}$$

unde folosind rezultatele obținute anterior:

$$E_I = \frac{p_I}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$
$$E_{II} = \frac{2p_{II}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \tag{11.29}$$

de unde, introducând ecuațiile (11.29) în (11.28) obținem modulul câmpului electric:

$$E=\frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{4\cos^2\theta+\sin^2\theta}$$
$$E=\frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{3\cos^2\theta+1} \qquad (11.30)$$

Operatorul Nabla, ∇

Operatorul Nabla, ∇ este un operator important în ecuațiile Maxwell care descriu ecuațiile undelor electromagnetice:

$$\nabla=\frac{\partial}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial}{\partial z}\vec{k} \qquad (11.31)$$

Acest operator se comportă în mod dual, prima dată ca un vector şi apoi ca şi operator de derivare parțială, în funcție de elementul asupra căruia se aplică operatorul ∇ se numeşte în mod diferit: gradient (aplicat asupra unui scalar - de exemplu potențialul); divergență (aplicat asupra unui vector ca şi produs scalar - de exemplu câmpul electric); rotor (aplicat asupra unui vector ca şi produs vectorial) [40].

Fie, A, un vector. Atunci se poate definii în spațiu ca fiind:

$$\vec{A}=A_x\vec{i}+A_y\vec{j}+A_z\vec{k} \qquad (11.32)$$

divergența din acest vector este:

$$\nabla\vec{A}=\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)\left(A_x\vec{i}+A_y\vec{j}+A_z\vec{k}\right)$$
$$\nabla A=\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z} \qquad (11.33)$$

Fie, V, un scalar. Atunci ***gradientul*** din acest scalar este:

$$\nabla V=\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i}-\frac{\partial}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)\cdot v=\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i}-\frac{\partial V}{\partial y}\vec{j}-\frac{\partial V}{\partial z}\vec{k} \qquad (11.34)$$

Considerăm vectorul $\vec{A}$ definit în ecuația (11.32), atunci ***rotorul*** acestui vector se poate definii ca:

$$\nabla x\vec{A}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ A_x & A_y & A_z\end{vmatrix}$$
$$=\left(\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\vec{i}+\left(\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\vec{i}+\left(\frac{\partial A_y}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{yz}\right)\vec{k} \qquad (11.35)$$

Teorema lui Gauss:

$$\oint_S \vec{A}\cdot d\vec{s} = \iiint_V \nabla\vec{A}\cdot dV \tag{11.36}$$

Teorema lui Stokes:

$$\oint_r A\cdot d\vec{l} = \oint_\Sigma (\nabla x\vec{A})dS \tag{11.37}$$

CONCLUZIE

Relația dintre câmp şi potențial

Să considerăm câmpul electric omogen produs de un condensator [44]. Forța care ar acționa asupra unei sarcini electrice plasate în acest câmp este constantă. Să calculăm diferența de potențial dintre două puncte 1 şi 2 din acest câmp electric.

$$V_1 - V_2 = \frac{L_{12}}{q} E(X_1 - X_2) = -E(X_2 - X_1) \tag{11.38}$$

Dacă considerăm o deplasare infinitezimală atunci $x_2 - x_1 = dx$ şi $V_1 - V_2 = dV$ atunci:

$$E_x = -\frac{dV}{dX} \tag{11.39}$$

Dacă câmpul electric nu este orientat în direcția x aşa s-a considerat până acum, atunci se pot scrie în cazul general:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \tag{11.40}$$

componentele carteziene ale câmpului electric sunt atunci:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k} = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k} \\ &= -\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)\cdot V \\ E &= -\nabla V\end{aligned} \tag{11.41}$$

Adică: *Intensitatea câmpului electric într-un punct din spațiu este egală în valoare cu gradientul potențialul electric în acel punct şi are orientarea opusă vectorului gradient.*

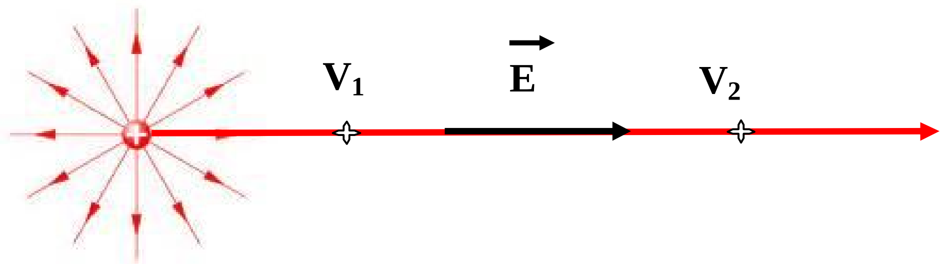
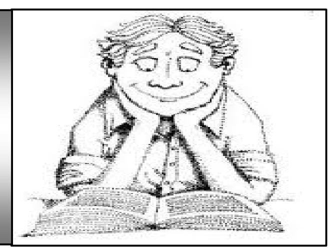


Fig.11.11. Intensitate câmpului electric

TOPICUL 3

Capacitatea electrică. Polarizarea electrică. Vectorul inducție electrică



Capacitatea electrică

Conductorii încărcați pot fi caracterizați cu ajutorul potențialului pe care-l dobândesc la încărcarea electrică dată:

$$C = \frac{Q}{V} \qquad (11.42)$$

> ***Definiție:*** *Capacitatea electrică a conductorului izolat este egală numeric cu sarcina care-i schimbă potențialul.*

Unitatea de măsură pentru capacitatea electrică este Faradul. Un farad este egal cu capacitatea conductorului izolat care încărcat cu sarcina de 1C capătă un potențial de 1V.

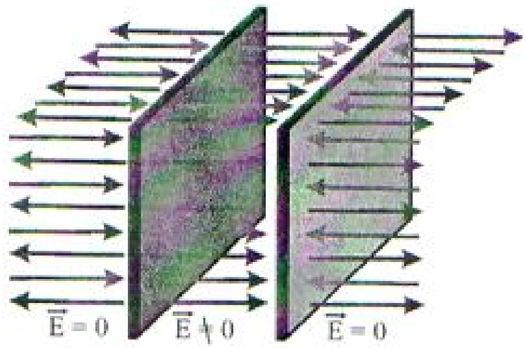


Fig. 11.12. Condensatorul electric, un dispozitiv capabil să înmagazineze sarcina electrică, este format din două plăcuțe între care se produce un câmp electric. În exteriorul condensatorului câmpul electric este nul.

Polarizarea electrică.
Vectorul inducție electrică, $\vec{D}$

În dielectrici (izolatori), spre deosebire de conductori, nu există sarcini electrice libere, ci numai sarcini legate de atomi sau molecule. Aceste sarcini electrice, sub influența unui câmp electric au posibilitatea de a se deplasa pe distanțe de ordinul a câtorva Angstromi [25,26].

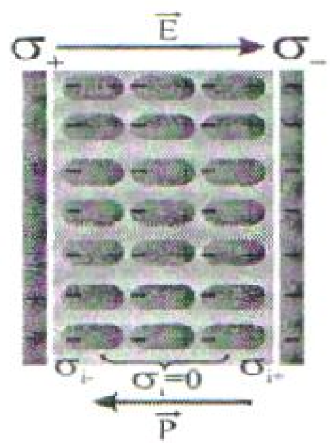


Fig. 11.13. Polarizarea dielectricilor

Această deplasare este în sensuri opuse pentru sarcinile pozitive față de cele negative conducând la polarizarea moleculei (atomului) şi deci la apariția unui moment de dipol electric.

$$\vec{P}\varepsilon_0\chi_e\vec{E} \qquad (11.43)$$

De unde se poate introduce vectorul inducție electrică sau vectorul deplasare electrică şi este legat de intensitatea câmpului electric:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi_e \vec{E} = \varepsilon_0 (I + \chi_e)\vec{E}$$
$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \tag{11.44}$$

EXEMPLU ILUSTRATIV 3:

Legea lui Gauss. Forma diferențială

Folosind vectorul inducție electrică Legea lui Gauss ia forma:

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{S} = \frac{Q_i}{\varepsilon_0} \quad \overset{\text{Legea lui Gauss}}{\Rightarrow}$$
$$\iiint_V \nabla \vec{E} dV = \frac{I}{\varepsilon_0} \iiint_V \rho_i dV = \iiint_V \frac{\rho_i}{\varepsilon_0} dV \quad \Rightarrow \tag{11.45}$$
$$\nabla \vec{E} = \frac{\rho_i}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla E = \frac{\rho_i}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_0 \varepsilon_r \nabla \vec{E} = \rho_i \quad \Rightarrow \quad \nabla\left(\varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}\right) = \rho_i$$
$$\Rightarrow \quad \nabla \vec{D} = \rho_i \tag{11.46}$$

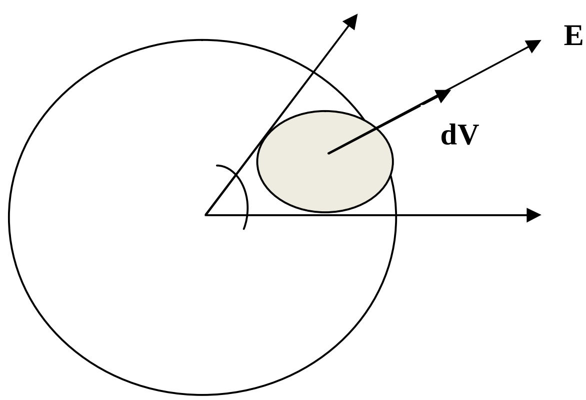


Fig.11.14. Ilustrare legea lui Gauss

TEST DE AUTOEVALUARE

Încercuiți răspunsurile corecte la următoarele întrebări.

ATENȚIE: pot exista unul, niciunul sau mai multe răspunsuri corecte la aceeaşi întrebare.

Timp de lucru: 10 minute

1. Câmpul electric este:
a). - o formă specială de existență în spațiu a materiei
b). - o formă specială de existență în timp a materiei
c). - o formă care se manifestă printr-o forță de natură electrică care acționează asupra oricărei sarcini electrice care se găseşte în spațiul cu câmp electric.

2. Liniile de câmp, care au tangente în fiecare punct un vector de câmp electric, $\vec{E}$ se numesc:
a). - linii de câmp electric
b). - linii magnetice
c). - fluxul câmpului electric
d). - legea lui Gauss

3. Lucrul elementar efectuat de forța câmpului este:
a). - dL= F*Q
b). - dl= dE*S
c). - dl=Q*W

4. În funcție de elementul asupra căruia se aplică operatorul nabla se numeşte în mod diferit:
a). - gradient

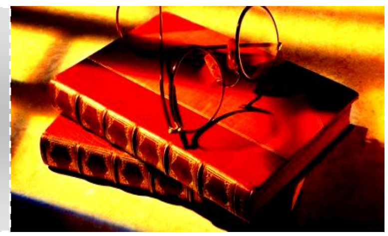
b). - divergență
c). - rotor

5. Mărimea fizică care este egală numeric cu sarcina care-i schimbă potențialul se numeşte:
a). - potențial electric
b). - inducție electrică
c). - capacitatea electrică

6. În dielectrici nu există:
a). - câmp electric
b). - sarcini electrice libere

Grila de evaluare:
1.-niciunul; 2.-a; 3.-niciunul; 4.-a,b,c; 5.-c; 6-b.

REZUMAT



- În **TOPICUL 1** am definit câmpul electric, precum şi mărimile ce caracterizează câmpul electric, adică: liniile câmpului electric, fluxul câmpului electric.
Aplicația am demonstrat-o prin deducerea legii lui Gauss.

Câmpul electric *este o formă specială de existență în spațiu şi timp a materiei care se manifestă printr-o forță de natură electrică care acționează asupra oricărei sarcini electrice care se găseşte în spațiul cu câmp electric.*

Intensitatea câmpului electric, $\vec{E}_1$ *produs de sarcina* q_1 *într-un punct al spațiului aflat la distanța, r, de sarcină, depinde numai de valoarea sarcinii care produce câmpul magnetic şi de distanța, r, la care se măsoară.*

$$E = \frac{l}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}$$

cu $\vec{e}$ *versorul direcției.*

Liniile de câmp, care au tangente în fiecare punct un vector de câmp electric, $\vec{E}$ *se numesc* ***linii de câmp electric.***

Se numeşte ***flux al câmpului electric*** *printr-o suprafață oarecare $\vec{s}$ şi se notează prin Φ_e, numărul liniilor de câmp electric care străbat unitatea de suprafață $\vec{s}$ normala la linii.*

- În **TOPICUL 2** am prezentat lucrul efectuat de forța câmpului electric şi potențialul câmpului electrostatic.

Lucrul elementar efectuat de forța câmpului este dat de relația:

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{s} = q\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Potențialul câmpului electric, V, într-un punct al câmpului electric reprezintă raportul dintre energia potențială a unei sarcini în acel punct şi sarcina respectivă.

$$V(2) - V(1) = -\frac{L_{12}}{q} = -\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Dipolul electric constă din două sarcini electrice punctiforme, egale şi de semn opus, situate la distanța a una de alta. Dipolul electric este caracterizat de momentul de dipol,

$$\vec{p} = q \cdot \vec{l}$$

Operatorul Nabla, este un operator important în ecuațiile Maxwell care descriu ecuațiile undelor electromagnetice:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

Teorema lui Gauss:

$$\oint_S \vec{A} \cdot d\vec{s} = \iiint_V \nabla\vec{A} \cdot dV$$

Teorema lui Stokes:

$$\oint_\Gamma \vec{A} \cdot d\vec{l} = \oint_\Sigma (\nabla x A) dS$$

Intensitatea câmpului electric într-un punct din spațiu este egală în valoare cu gradientul potențialul electric în acel punct şi are orientarea opusă vectorului gradient, enunț ce reprezintă **relația dintre câmp şi potențialul electric.**

- În **TOPICUL 3** am definit şi prezentat capacitatea electrică, polarizarea electrică şi inducția electrică.

Capacitatea electrică a conductorului izolat este egală numeric cu sarcina care-i schimbă potențialul.

Momentul de dipol electric este dat de relația:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

REZULTATE AŞTEPTATE

După studierea acestui curs ar trebui să înțelegeți câmpul electric, să-l caracterizați prin mărimile specifice cu ajutorul cărora se poate face acest lucru. Să conştientizați importanța acestei părți pentru fizică şi implicit către domeniul ingineresc

TERMENI ESENȚIALI

Câmpul electric *este o formă specială de existență în spațiu şi timp a materiei care se manifestă printr-o forță de natură electrică care acționează asupra oricărei sarcini electrice care se găseşte în spațiul cu câmp electric.*

Intensitatea câmpului electric.

Liniile câmpului electric.

Fluxul câmpului electric.

Legea lui Gauss.

Lucrul efectuat de forța câmpului electric.

Potențialul câmpului electrostatic.

Dipolul electric.

Operatorul Nabla.

Teorema lui Gauss. Teorema lui Stokes.

Relația dintre câmp şi potențial.

Capacitatea electrică.

Polarizarea electrică.

Vectorul inducție electrică.

RECOMANDĂRI BIBLIOGRAFICE SUPLIMENTARE

- Ardelean I., Fizică pentru ingineri, Editura U.T.PRESS, Cluj- Napoca, 2006;
- Biro D., Prelegeri „Curs de Fizică generală” (format electronic, CD, revizuit), Universitatea „Petru Maior”, Tîrgu-Mureş, 2006;
- Berkeley, Cursul de fizică - Electricitate şi Magnetism (Vol. 2), Editura Didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1982;
- Berkeley, Cursul de fizică - Mecanică (Vol.1), Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1981;
- Fechete R., Elemente de fizică pentru ingineri, Editura U.T.PRESS, Cluj Napoca, 2008;
- Feynmann R.P., Leighton R. B., Sands M., Fizica modernă, Vol. I - III. Editura Tehnică, Bucureşti, 1970;
- Gîju S., Bățagă E., Lucrări de laborator - Fizică. Editura - Universitatea „Petru Maior”, Tîrgu-Mureş, 1991;
- Gîju S., Teorie şi Probleme, Editura Universitatea. „Petru Maior”, Tîrgu-Mureş, 2001;
- Gîju S., Curs de Fenomene termice şi electromagnetice, Editura Universitatea „Petru Maior”, Tîrgu-Mureş, 2003;
- Halliday D., Resnick R., Fizica, vol. I şi II. Editura Didactică. şi Pedagogică, Bucureşti, 1975;
- Hudson A., Nelson R., University Physics, Second Edition, Saunders College Publishing, New York, 1990;
- Modrea A. , Lucrări de laborator” (format electronic), Universitatea, „Petru Maior”, Tîrgu-Mureş, 2006;
- Modrea A., Curs de Fizică generală”(format electronic), Universitatea, Petru Maior”, Tîrgu-Mureş, 2006;
- Oros C., Fizică generală-format electronic, Universitatea „Valahia”, Târgovişte, 2008;
- Serway R. A., Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, Second Edition, Saunders College Publishing, New York, 1986.

TEST DE EVALUARE

Încercuiți răspunsurile corecte la următoarele întrebări.

ATENȚIE: pot exista unul, niciunul sau mai multe răspunsuri corecte la aceeaşi întrebare.

Timp de lucru :15 minute

1) Intensitatea câmpului electric este dată de relația:

a) $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}$

b) E=WL

c) Q= FPL

2) Orientarea câmpului electric este reprezentată prin:

a) legea lui Coulomb

b) legea lui Gauss

c) fluxul câmpului electric

d) câmpul electric

3) Fluxul total al sarcinilor electrice aflate în exteriorul suprafețelor închise prin suprafața respectivă este întotdeauna egal cu:

a) diferit de zero

b) zero

c) plus infinit

d) minus infinit

4) Mărimea fizică ce reprezintă raportul dintre energia potențială a unei sarcini în acel punct şi sarcina respectivă se numeşte:

a)intensitatea electrică
b) capacitate electrică
c) potențialul câmpului electric
d) fluxul câmpului electric

5) Capacitatea electrică este o mărime fizică:

a) scalară
b) se măsoară în farazi
c) egală cu sarcina electrică care îi schimbă potențialul

Grila de evaluare:
1.-a; 2.-niciunul; 3.-b; 4.-c; 5.-a,b,c.